

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Кафедра теоретичної фізики імені академіка І.М.ліфшиця

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Декан факультету (директор  
навчально-наукового інституту)

фізичний факультет

(вказати назву структурного підрозділу)



ВОВК Руслан Володимирович

(вказати П.І.Б керівника)

“ ”

2023р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Спеціальний практикум «Тензорний аналіз»

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ бакалавр \_\_\_\_\_

галузь знань \_\_\_\_\_ 10 Природничі науки \_\_\_\_\_

(шифр і назва)

спеціальність \_\_\_\_\_ 104 – Фізика та астрономія \_\_\_\_\_

(шифр і назва)

освітня програма \_\_\_\_\_ “Фізика” \_\_\_\_\_

(шифр і назва)

спеціалізація \_\_\_\_\_

(шифр і назва)

вид дисципліни \_\_\_\_\_ за вибором \_\_\_\_\_

(обов'язкова / за вибором)

факультет \_\_\_\_\_ фізичний \_\_\_\_\_

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою фізичного факультету

“ 30 ” 08 2023 року, протокол № 6

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

**Рашба Георгій Ілліч, канд. фіз.-мат. наук, доц., завідувач кафедри теоретичної фізики імені академіка І.М. Ліфшиця;**  
**Котвицький Альберт Тадеушевич, канд. фіз.-мат. наук, доц.**

Програму схвалено на засіданні кафедри  
теоретичної фізики імені академіка. М. Ліфшиця

Програму схвалено на засіданні кафедри теоретичної фізики імені академіка І.М.Ліфшиця

Протокол від “ 28 ” 08 2023 року № 9

Завідувач кафедри теоретичної фізики імені академіка І.М.Ліфшиця

(підпис)

Рашба Г.І.  
 (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої програми

фізика (спеціальність 104 – фізика та астрономія)

назва освітньої програми

Гарант освітньої (професійної/наукової) програми  
 (керівник проектної групи) Лазоренко О.В.

(підпис)

Лазоренко О.В.  
 (прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією

фізичного факультету

назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “ 29 ” 08 2023 року № 7

Голова методичної комісії фізичного факультету

(підпис)

Макаровський М.О..  
 (прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни спеціальний практикум “Тензорний аналіз” складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки першого рівню вищої освіти – бакалавр спеціальності (напрямку) 104 – фізика та астрономія спеціалізації

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни спеціальний практикум «Тензорний аналіз» є формування уявлень студентів про загальні властивості тензорних конструкцій та ріманову геометрію та практичних навичок розв’язання задач теоретичної фізики в тензорних позначеннях.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни спеціальний практикум «Тензорний аналіз» є навчити студентів

- розуміти узагальнення поняття – тензор,
- вміти перевіряти математичний вираз на «тензорність»,
- розраховувати коваріантні похідні тензорів довільних рангів,
- обчислювати геодезичні криві,
- розуміти та розраховувати похідну Лі
- розраховувати тензор кривини Рімана, Річчі та скалярну кривизну.

*Компетентності, що забезпечуються дисципліною:*

• Здатність розв’язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми з фізики та/або астрономії у професійній діяльності або у процесі подальшого навчання, що передбачає застосування певних теорій і методів фізики та/або астрономії і характеризується складністю та невизначеністю умов (ІК).

- Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1).
- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-2).
- Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій (ЗК-3).
- Здатність бути критичним і самокритичним (ЗК-4).
- Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК-5).
- Навички міжособистісної взаємодії (ЗК-6).
- Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт (ЗК-8).
- Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов’язків (ЗК-9).
- Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово (ЗК-12).
- Здатність спілкуватися іноземною мовою (ЗК-13).
- Знання і розуміння теоретичного та експериментального базису сучасної фізики та астрономії (ФК-1).
- Здатність працювати із науковим обладнанням та вимірювальними приладами, обробляти та аналізувати результати досліджень (ФК-4).
- Здатність виконувати обчислювальні експерименти, використовувати чисельні методи для розв’язування фізичних та астрономічних задач і моделювання фізичних систем (ФК-5).
- Здатність моделювати фізичні системи та астрономічні явища і процеси (ФК-6).
- Здатність використовувати базові знання з фізики та астрономії для розуміння будови та поведінки природних і штучних об’єктів, законів існування та еволюції Всесвіту (ФК-7).
- Здатність працювати з джерелами навчальної та наукової інформації (ФК-9).
- Здатність самостійно навчатися і опановувати нові знання з фізики, астрономії та суміжних галузей (ФК-10).
- Усвідомлення професійних етичних аспектів фізичних та астрономічних досліджень (ФК-12).

• Орієнтація на найвищі наукові стандарти - обізнаність щодо фундаментальних відкриттів та теорій, які суттєво вплинули на розвиток фізики, астрономії та інших природничих наук. (ФК-13).

Здатність здобувати додаткові компетентності через вибіркові складові освітньої програми, самоосвіту, неформальну та інформальну освіту (ФК-14).

1.3. Кількість кредитів – 6.

1.4. Загальна кількість годин – 180.

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
4-й	-й
Семестр	
8-й	-й
Лекції	
Не передбачені навчальним планом	год.
Практичні, семінарські заняття	
Не передбачені навчальним планом	год.
Лабораторні заняття	
66 год.	год.
Самостійна робота	
114 год.	год.
Індивідуальні завдання	
Не передбачені навчальним планом	
Залік	

1.6. Заплановані результати навчання

Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких результатів навчання:

**знати** основні фізичні та геометричні рівняння в тензорному вигляді,

**вміти** проводити математичні розрахунки у коваріантному та компонентному вигляді.

*Компетентності, що забезпечуються дисципліною:*

• Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми з фізики та/або астрономії у професійній діяльності або у процесі подальшого навчання, що передбачає застосування певних теорій і методів фізики та/або астрономії і характеризується складністю та невизначеністю умов (ІК).

• Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1).

• Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-2).

• Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій (ЗК-3).

• Здатність бути критичним і самокритичним (ЗК-4).

• Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК-5).

• Навички міжособистісної взаємодії (ЗК-6).

• Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт (ЗК-8).

• Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків (ЗК-9).

• Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово (ЗК-12).

• Здатність спілкуватися іноземною мовою (ЗК-13).

• Знання і розуміння теоретичного та експериментального базису сучасної фізики та астрономії (ФК-1).

- Здатність працювати із науковим обладнанням та вимірними приладами, обробляти та аналізувати результати досліджень (ФК-4).
- Здатність виконувати обчислювальні експерименти, використовувати чисельні методи для розв'язування фізичних та астрономічних задач і моделювання фізичних систем (ФК-5).
- Здатність моделювати фізичні системи та астрономічні явища і процеси (ФК-6).
- Здатність використовувати базові знання з фізики та астрономії для розуміння будови та поведінки природних і штучних об'єктів, законів існування та еволюції Всесвіту (ФК-7).
- Здатність працювати з джерелами навчальної та наукової інформації (ФК-9).
- Здатність самостійно навчатися і опановувати нові знання з фізики, астрономії та суміжних галузей (ФК-10).
- Усвідомлення професійних етичних аспектів фізичних та астрономічних досліджень (ФК-12).
- Орієнтація на найвищі наукові стандарти - обізнаність щодо фундаментальних відкриттів та теорій, які суттєво вплинули на розвиток фізики, астрономії та інших природничих наук. (ФК-13).
- Здатність здобувати додаткові компетентності через вибіркові складові освітньої програми, самоосвіту, неформальну та інформальну освіту (ФК-14).

## **2. Тематичний план навчальної дисципліни**

### **Цикл лабораторних робіт 1. ТЕНЗОРНА АЛГЕБРА**

- Тема 1. Загальні поняття про тензори (інтуїтивний огляд).
- Тема 2. Перетворення тензорів.
- Тема 3. Визначення тензора.
- Тема 4. Тензори в фізиці.
- Тема 5. Алгебраїчні операції над тензорами.
- Тема 6. Тензорна густина.
- Тема 7. Геометричне представлення тензорів першого рангу.
- Тема 8. Геометричне представлення тензорів другого рангу.
- Тема 9. Геометричне представлення скалярного добутку та дії тензора другого рангу на вектор.

### **Цикл лабораторних робіт 2. ТЕНЗОРНИЙ АНАЛІЗ**

- Тема 10. Введення коваріантної похідної від вектору.
- Тема 11. Узагальнення коваріантної похідної від тензора довільного рангу.
- Тема 12. Коваріантна похідна та паралельне перенесення тензорів.
- Тема 13. Геодезичні криві як паралельне перенесення вектору швидкості.
- Тема 14. Геодезичні криві як екстремаль функціоналу.
- Тема 15 Зв'язності та їх властивості.
- Тема 16. Коваріантна похідна від тензорної густини довільного рангу.
- Тема 17. Похідна Лі.

### **Цикл лабораторних робіт 3. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ**

- Тема 18. Введення тензора кривини Рімана типу (1,3).
- Тема 19. Алгебраїчні властивості тензора кривини Рімана типу (0,4).
- Тема 20. Тензор Річчі та скалярна кривизна.
- Тема 21. Тотожність Біанкі та звернута тотожність Біанкі.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р
1	2	3	4	5	6	7
<b>8 семестр</b>						
<b>Цикл лабораторних робіт 1. Тензорна алгебра</b>						
Тема 1	8			3		5
Тема 2	8			3		5
Тема 3	8			3		5
Тема 4	8			3		5
Тема 5	8			3		5
Тема 6	8			3		5
Тема 7	8			3		5
Тема 8	8			3		5
Тема 9	8			3		5
Разом за розділом 1	72			27		45
<b>Цикл лабораторних робіт 2. Тензорний аналіз</b>						
Тема 10	9			3		6
Тема 11	9			3		6
Тема 12	9			3		6
Тема 13	9			3		6
Тема 14	9			3		6
Тема 15	9			3		6
Тема 16	9			3		6
Тема 17	9			3		6
Разом за розділом 2	72			24		48
<b>Цикл лабораторних робіт 3. Диференціальна геометрія</b>						
Тема 18	8			3		5
Тема 19	9			4		5
Тема 20	9			4		5
Тема 21	10			4		6
Разом за розділом 3	36			15		21
<b>Усього годин</b>	<b>180</b>			<b>66</b>		<b>114</b>
<b>Залік</b>						

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

Див. тематичний план. Назви лабораторних робіт є назвами відповідних тем. Студенти під керівництвом викладача проводять аналітичні розрахунки.

#### 5. Самостійна робота

Пояснення щодо того, що повинен зробити студент під час самостійної роботи.

1. По всім нижче вказаним темам опрацювати результати, отримані під час аудиторних занять, прочитати відповідні параграфи в підручниках [1–4].
2. Самостійно підготуватися до участі лабораторних робіт.
3. Виконати домашні завдання.

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Розрахунок квадрата вектора в непрямокутній системі координат.	5
2	Перетворення базисних векторів та ковекторів.	5
3	Визначення тензора довільного рангу.	5
4	Вектор швидкості, сила, градієнт.	5
5	Переставлення індексів, згортка, тензорний добуток.	5
6	Детермінант метричного тензора, символ Леві-Чівіта.	5
7	Геометричне представлення векторів та ковекторів.	5
8	Геометричне представлення тензорів другого рангу.	5
9	Геометричне представлення скалярного добутку.	5
10	Розрахунок коваріантної похідної від ковектора.	6
11	Коваріантна похідна від тензора довільного рангу.	6
12	Рішення рівняння паралельного перенесення вектора по сфері.	6
13.	Геодезичні на сфері.	6
14	Рівняння Ейлера-Лагранжа для вільної матеріальної точки на довільній поверхні.	6
15	Символи Кристоффеля.	6
16	Коваріантна похідна від символу Леві-Чівіта.	6
17	Похідна Лі від довільних тензорів.	6
18	Розрахунок комутатора коваріантної похідної від вектора.	5
19	Симетрія та антисиметрія тензора кривини Римана.	5
20	Згортка тензора кривини Римана.	5
21	Отримання тотожності Біанкі.	6
	Разом	114

### 6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

### 7. Методи контролю

Поточне опитування, виконання та захист лабораторних робіт, залік.

### 8. Схема нарахування балів

Поточний контроль та самостійна робота			Письмовий залік	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 2		
T1-T9	T10-T17	T18-T21		
20	20	20	40	100

T1, T2 ... T9 – теми розділів.

Для зарахування заліку студент повинен здати 3 три цикли лабораторних робіт, виконати домашні завдання і набрати не менше 10 балів за кожний з розділів. Для допуску до письмового заліку треба отримати за підсумками поточного контролю не менше 30 балів. За письмовий залік треба отримати не менше 20 балів та в підсумку не менше 50 балів.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для екзамену	для заліку
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

### 9. Рекомендована література

#### Основна література

1. Landau L.D., Lifshitz E.M. THE CLASSICAL THEORY OF FIELDS Course of Theoretical Physics. V.2 Butterworth-Heinemann; 4th edition, 1980. – 444 p.
2. A. Jennings Modern Geometry with Applications. Springer-Verlag New York, 1994. – 197 p.
3. S. Weinberg Cosmology. Oxford New York, 2008. – 612 p.
4. S. Chandrasekhar The mathematical theory of black holes, Oxford New York, 1983. – 667 p.
5. D.S. Gorbunov, V.A. Rubakov Introduction to the Theory of the Early Universe Hot Big Bang Theory, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2011. – 488 p.

#### Допоміжна література

1. L. H. Ryder Quantum field theory, Cambridge University Press, 1996. – 504 p.
2. P. Schneider, J. Ehlers, E. E. Falco Gravitational Lenses, Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Hong Kong; London; Milan; Paris; Singapore; Tokyo: Springer, 1999. – 564 p.

### 10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

#### Сайт кафедри теоретичної фізики:

[http://kaf-theor-phys.univer.kharkov.ua/ukrainian/for%20students\\_study\\_ukr.html](http://kaf-theor-phys.univer.kharkov.ua/ukrainian/for%20students_study_ukr.html)  
[http://kaf-theor-phys.univer.kharkov.ua/ukrainian/for%20students\\_ref\\_ukr.html](http://kaf-theor-phys.univer.kharkov.ua/ukrainian/for%20students_ref_ukr.html)

<http://cosmolearning.org/video-lectures/tensor-calculus/>  
<http://www.digital-university.org/free-topics-in-tensors-analysis-videos>